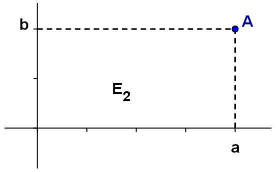
$\sum vf$

Geometria plana. Pla afí E_2

Pla afí E_2

Punt $A(a\,,b)$ *on* $a, b \in R$

$\boldsymbol{E_2 = \{(a\,,b)\ on\ a, b \in R\}}$ conjunt de tots els punts

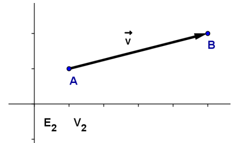


Correspondència entre E_2 i V_2

Si $A \in E_2$ i $\vec{v} \in V_2 \rightarrow \exists B \in E_2\ on\ \overrightarrow{AB} = \vec{v}$

Vector que uneix dos punts

Si $A(a_1\,,a_2); B(b_1\,,b_2) \rightarrow \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$



Punts

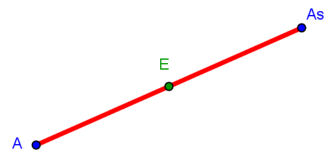
Punt mig de dos punts

Si $A(a_1\,,a_2)$, $B(b_1\,,b_2) \rightarrow P_m(A,B) = \left(\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2}\right)$

Punt simètric d'un punt respecte d'un altre punt

Si $A(a\,,b)$ i $E(e_1\,,e_2) \rightarrow\ P_m(A,A_s) = E$

Les coordenades d'$A_s(a_s\,,b_s)$ acompleixen la igualtat: $\left(\frac{a+a_s}{2}, \frac{b+b_s}{2}\right) = (e_1, e_2)$



La recta

Subespai afí determinat per un punt i un vector(director) $\quad r \equiv \begin{cases} \boldsymbol{A \equiv (a,b)} \\ \boldsymbol{\vec{v} = (v_1,v_2) \neq \vec{0}} \end{cases}$

Equacions de la recta

Vectorial	Paramètrica	Continua	Implícita	Explícita	Segmentària	Punt pendent	Normal
$(x,y) = (a,b) + \lambda \cdot (v_1,v_2);\ \ \lambda \in R$	$\left.\begin{matrix} x = a + \lambda v_1 \\ y = b + \lambda v_2 \end{matrix}\right\}$	$\dfrac{x-a}{v_1} = \dfrac{y-b}{v_2}$	$Ax + By + C = 0$	$y = mx + n$	$\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$	$(y-b) = m \cdot (x-a)$	$\dfrac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}x + \dfrac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}y = \dfrac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}$
		on $v_1 \neq 0$ i $v_2 \neq 0$	$B = -v_1$ *i* $A = v_2$ $\vec{v} = (-B, A)$	$m = \frac{v_2}{v_1}$ si $v_1 \neq 0$ pendent n ordenada en l'origen	Tall eix **X** $(a,0)$ Tall eix **Y** $(0,b)$	Si $v_1 \neq 0 \rightarrow m = \frac{v_2}{v_1}$ $\vec{v} = (1, m)$	

Punts de tall amb eixos

Tall eix Y $x = 0$

Tall eix X $y = 0$

Recta que passa per dos punts

$r \equiv \begin{cases} A(a_1,a_2) \\ B(b_1,b_2) \end{cases} \leftrightarrow r \equiv \begin{cases} A(a_1,a_2) \\ \vec{v} = \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2) \end{cases}$

Rectes paral·leles

$r \equiv \begin{cases} A \\ \vec{u} \neq \vec{0} \end{cases}; s \equiv \begin{cases} B \\ \vec{v} \neq \vec{0} \end{cases}$ direm que $r \parallel s \leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ *són LD*

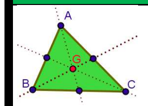
Si existeixen els pendents s'acompleix: $r \parallel s \leftrightarrow m_r = m_s$

Rectes perpendiculars

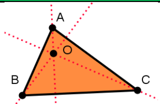
$r \equiv \begin{cases} A \\ \vec{u} \neq \vec{0} \end{cases}; s \equiv \begin{cases} B \\ \vec{v} \neq \vec{0} \end{cases}$ direm que $r \perp s \leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\vec{u} = (u_1,u_2) \perp \vec{v} = (-u_2,u_1) \rightarrow r \perp s \leftrightarrow m_s = \frac{-1}{m_r};\ m_r, m_s \neq 0$

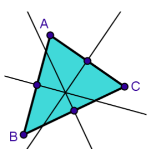
Rectes en un triangle



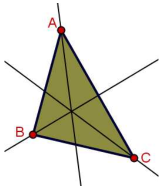
Mediana Recta que passa pel vértex i pel punt mig del costat oposat.
Les tres medianes es tallen en un únic punt anomenat **baricentre** $G = \frac{A+B+C}{3}$



Altura Recta que passa pel vèrtex i és perpendicular al costat oposat.
Les tres altures es tallen en únic punt anomenat **ortocentre.**



Mediatriu Recta que passa pel punt mig d'un costat i és perpendicular a aquest.
Les tres mediatrius es tallen en un únic punt anomenat **circumcentre**, centre de la ciurcumferència que passa pels tres vértexs (circumferència circumscrita al triangle).

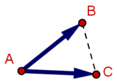


Bisectriu Recta que divideix a l'angle interior de cada vèrtex en dues parts iguals.
Les tres bisectrius es tallen en únic punt anomenat **incentre**, centre de la ciurcumferència inscrita en el triangle.

Paral·lelogram determinat per quatre punts

$\boxed{A,B,C,D}$ paral.lelogram$\leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Triangle determinat pels punts A,B, C



A, B, C *triangle* $\leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ *i* $\overrightarrow{AC}$ *són LI*

Distància entre punt i recta

Si $P \equiv (x_0, y_0) \in E_2$ i $r \equiv Ax + By + C = 0 \rightarrow d(P,r) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{+\sqrt{A^2+B^2}}$

Distància entre dos punts

Si $A, B \in E_2$definim: $d(A,B) = \|\overrightarrow{AB}\|$

Angle entre rectes

rectes $r \equiv \begin{cases} A \\ \vec{u} \neq \vec{0} \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} B \\ \vec{v} \neq \vec{0} \end{cases}$

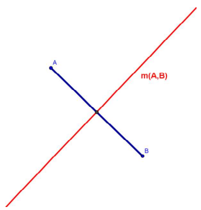
- **Si les rectes són paral.leles o coincidents, l'angle que formen és de 0^o**
- **Si són secants:** $cos\alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|}$ ó si existeixen els pendents $Tan\alpha = \left|\frac{m_s - m_r}{1 + m_s \cdot m_r}\right|$

Distància entre paral·leles

$d(r,s) = d(B,r) = d(A,s)$

Mediatriu d'un segment A, B

$Segment \equiv \begin{cases} A(a_1,a_2) \\ B(b_1,b_2) \end{cases} \rightarrow m(A,B) \equiv \begin{cases} P_m(A,B) \\ \vec{v} = \perp \overrightarrow{AB} \end{cases}$



Punt simètric d'un punt P respecte d'una recta r

Calcularem:

- La recta $s \equiv \begin{cases} P(a,b) \\ \perp r\ (m_s = \frac{-1}{m_r}) \end{cases}$
- Calculeu $E = \begin{cases} r \\ s \end{cases} \rightarrow E(e_1, e_2)$
- Calculeu $P_s \equiv (a_s, b_s)$
- $\left(\frac{a_s+a}{2}, \frac{b_s+b}{2}\right) = (e_1, e_2)$