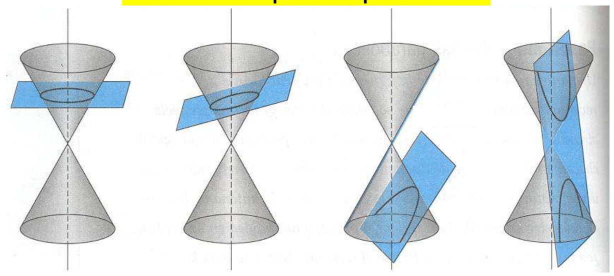
$\sum vf$

Còniques

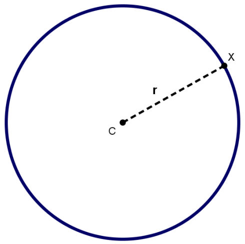
Seccions del con

En tallar amb un pla una superfície cònica

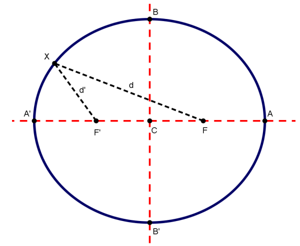


Llocs geomètrics

Circumferència

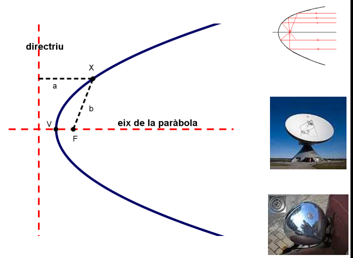


El·lipse



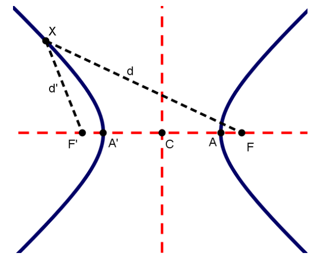
Lloc geomètric dels punts del pla on la suma de les distàncies a dos punts anomenats focus F, F' és una constant que val $2a$

Paràbola



Lloc geomètric dels punts del pla que equidisten d'un punt anomenat focus F i d'una recta anomenada directriu.

Hipèrbola



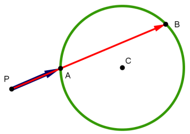
Lloc geomètric dels punts del pla on la diferència de les distàncies a dos punts anomenats focus F, F' és una constant que val $2a$

Circumferència $\mathcal{C} \equiv \begin{cases} C(a,b) \\ r > 0 \end{cases}$

Lloc geomètric dels punts del pla que equidisten d'un punt anomenat centre C una quantitat constant anomenada radi r

Equació $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$

Potència d'un punt respecte una $\mathcal{C}$. Anomenem potència del punt P respecte de $\mathcal{C}$ a: $Pot(P,\mathcal{C}) = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$



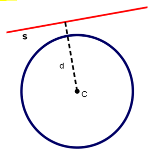
$Pot(P,\mathcal{C}) = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = d^2 - r^2$ on $d = d(P,C)$

Si $P(x_o, y_o) \longrightarrow Pot(P,\mathcal{C}) = x_o^2 + y_o^2 - 2ax_o - 2by_o + a^2 + b^2 - r^2$

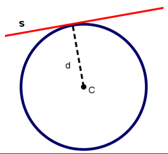
- Si $Pot(P,\mathcal{C}) > 0 \longrightarrow P$ és exterior a $\mathcal{C}$
- Si $Pot(P,\mathcal{C}) < 0 \longrightarrow P$ és interior a $\mathcal{C}$
- Si $Pot(P,\mathcal{C}) = 0 \longrightarrow P \in \mathcal{C}$

Posició relativa entre recta s i circumferència $\mathcal{C}$

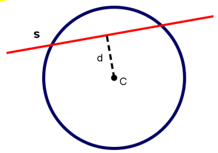
Recta exterior $d(C,s) > r$



Recta tangent $d(C,s) = r$

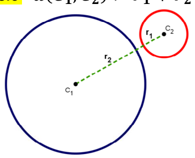


Recta secant $d(C,s) < r$

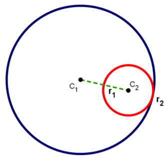


Posició relativa entre dues circumferències

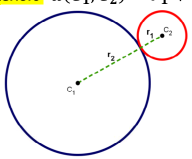
C. exteriors $d(C_1, C_2) > r_1 + r_2$



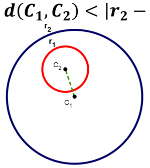
C. tangents interiors $d(C_1, C_2) = |r_2 - r_1|$



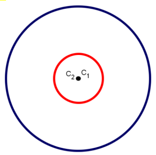
C. tangents exteriors $d(C_1, C_2) = r_1 + r_2$



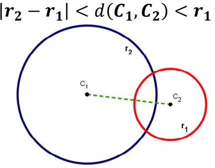
C. interiors $d(C_1, C_2) < |r_2 - r_1|$



C. concèntriques mateix centre



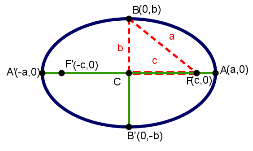
C. secants $|r_2 - r_1| < d(C_1, C_2) < r_1 + r_2$



El·lipse

Equació reduïda

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ on $c^2 = a^2 - b^2$

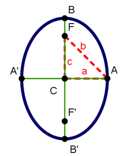


Elements

- Semieix major a
- Semieix menor b
- Focus: $F(c,0)$ i $F'(-c,0)$
- Distància focal $2c$
- Vèrtexs: $A(a,0)\ A'(-a,0)\ B(0,b)\ B'(0,-b)$
- Excentricitat $e = \frac{c}{semieix\ major}$
- $0 < e < 1$; si $e = 0$ circumferència

Equació reduïda

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ on $c^2 = b^2 - a^2$



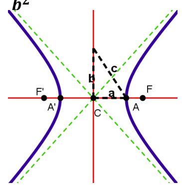
Elements

- Semieix major b
- Semieix menor a
- Focus: $F(0,c)$ i $F'(0,-c)$
- Distància focal $2c$
- Vèrtexs: $A(a,0)\ A'(-a,0)\ B(0,b)\ B'(0,-b)$
- Excentricitat $e = \frac{c}{semieix\ major}$
- $0 < e < 1$; si $e = 0$ circumferència

Hipèrbola, si $a = b \rightarrow$ hipèrbola equilàtera

Equació reduïda

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ on $c^2 = a^2 + b^2$

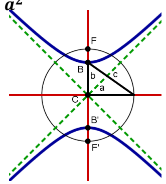


Elements

- Semieix real a
- Semieix imaginari b
- Focus: $F(c,0)$ i $F'(-c,0)$
- Distància focal $2c$
- Vèrtexs: $A(a,0)\ A'(-a,0)$
- Asímptotes $y = \frac{\pm b}{a}x$
- Excentricitat $e = \frac{c}{semieix\ real}$
- $e > 1$

Equació reduïda

$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ on $c^2 = a^2 + b^2$

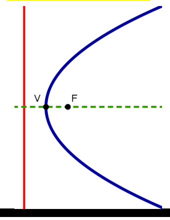


Elements

- Semieix real b
- Semieix imaginari a
- Focus: $F(0,c)$ i $F'(0,-c)$
- Distància focal $2c$
- Vèrtexs: $B(0,b)\ B'(0,-b)$
- Asímptotes $y = \frac{\pm b}{a}x$
- Excentricitat $e = \frac{c}{semieix\ real}$
- $e > 1$

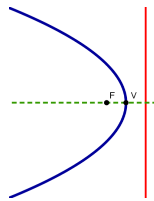
Paràbola

Equació reduïda $y^2 = 2px$



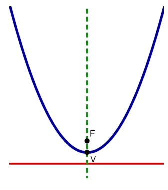
Focus $F(c,0)$
Paràmetre $p = 2c$
Directriu $x = -c$
Vèrtex $V(0,0)$

Equació reduïda $y^2 = -2px$



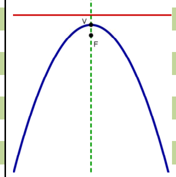
Focus $F(-c,0)$
Paràmetre $p = 2c$
Directriu $x = c$
Vèrtex $V(0,0)$

Equació reduïda $x^2 = 2py$



Focus $F(0,c)$
Paràmetre $p = 2c$
Directriu $y = -c$
Vèrtex $V(0,0)$

Equació reduïda $x^2 = -2py$



Focus $F(0,-c)$
Paràmetre $p = 2c$
Directriu $y = c$
Vèrtex $V(0,0)$