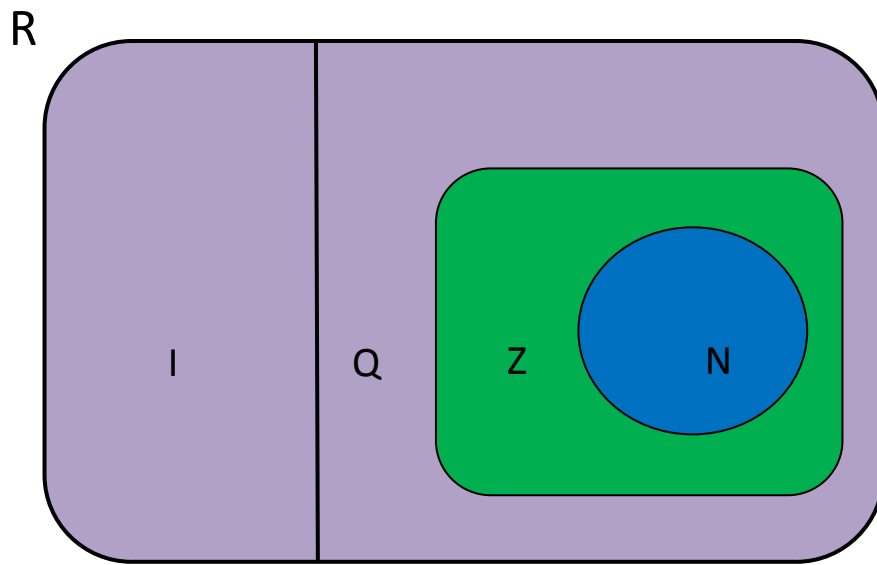


# Número Real R



$$N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$

$$I \subseteq R$$

## Número Enter Z

### Conjunt Z

$$Z = \{\dots - 5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \quad \boxed{N \subseteq Z}$$

### Operacions en Z      + suma                      - resta                      \*multiplicació

#### Propietats de la suma +

- |   |   |
|---|---|
| 1.- La + en Z és ll. c. i.                        | $a \in Z, b \in Z \rightarrow a + b \in Z$                          |
| 2.- La + en Z és commutativa                      | $a + b = b + a \quad \forall a, b \in Z$                            |
| 3.- La + en Z és associativa                      | $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c \quad \forall a, b, c \in Z$ |
| 4.- L'element neutre de + en Z és 0               | $a + 0 = 0 + a = a \quad \forall a \in Z$                           |
| 5.- L'element simètric de $a \in Z$ és $-a \in Z$ | $a + (-a) = (-a) + a = 0 \quad \forall a \in Z$                     |

#### Propietats de la multiplicació \* (.) (cap signe)

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| 1.- La * en Z és ll. c. i.          | $a \in Z, b \in Z \rightarrow a * b \in Z$                          |
| 2.- La * en Z és commutativa        | $a * b = b * a \quad \forall a, b \in Z$                            |
| 3.- La * en Z és associativa        | $(a * b) * c = a * (b * c) = a * b * c \quad \forall a, b, c \in Z$ |
| 4.- L'element unitat de * en Z és 1 | $a * 1 = 1 * a = a \quad \forall a \in Z$                           |

#### Regla dels signes

$$+ * + = + \qquad + * - = - \qquad - * + = - \qquad - * - = +$$

#### Multiplicació per un número negatiu

Si el número negatiu no està al principi de l'expressió es posarà entre ( )

$$\text{Ex1: } 4 * (-3) = -12 \quad \text{Ex2: } -3 * 7 = -21 \quad \text{Ex3: } -5 * (-6) = 30$$

#### Propietats distributives de la multiplicació \* respecte de la suma +

$$a * (b + c) = a * b + a * c \quad \forall a, b, c \in Z$$

[→ (llevar parèntesi) ← (traure factor comú)]

$$(b + c) * a = b * a + c * a \quad \forall a, b, c \in Z$$

#### Potència d'exponent natural i base entera

$$\text{Definim } a^n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \text{ i } a \neq 0 \\ a \cdot a^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases} \quad \text{on } n \in N \text{ i } a \in Z$$

#### Propietats de les potències

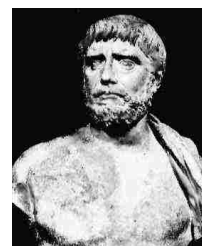
$$a^1 = a \quad \forall a \in Z$$

$$a^n \cdot a^m = a^{m+n} \quad \forall a \in Z \text{ i } m, n \in N$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \forall a \in Z^* \text{ i } m, n \in N$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \forall a \in Z \text{ i } m, n \in N$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \forall a, b \in Z \text{ i } n \in N$$



Thales de Mileto (Turquia)  
639 -aC-. 547 aC  
Filòsof, Físic i Matemàtic

### Divisió entera. Regles de divisibilitat més utilitzades.

- Cap número és divisible per 0
- Tots els números són divisibles per 1
- Un número és divisible per 2 si acaba en 0 o en xifra parell
- Un número és divisible per 3 si la suma de les seues xifres és 3 o múltiple de 3
- Un número és divisible per 5 si acaba en 0 o en 5
- Un número és divisible per 11 si la suma de les xifres que ocupen lloc parell menys la suma de les xifres que ocupen lloc imparell és 0 o múltiple d'11

### Prioritat de les operacions

Sempre en aquest ordre: ( ), potències i arrels, multiplicació o/i divisió, suma o/i resta

Aquest ordre pot ser alterat per ( ). En cas de la mateixa prioritats sempre d'esquerre a dreta.

### Màxim comú divisor(MCD) i mínim comú multiple(MCM)

$MCD(a, b) = \prod(\text{factors comuns al menor exponent})$

$MCM(a, b) = \prod(\text{factors comuns i no comuns al major exponent})$

$MCD(18,45)=9$

$MCM(2,6,18)=18$

$MCM(5,15,20)=60$

Propietat

$MCD(a,b)*MCM(a,b)=a*b$

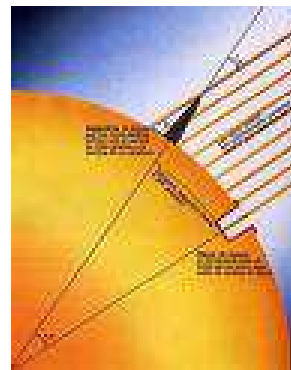
**Números primers** Direm que un número és primer si sols és divisible per 1 i per ell mateix

### Sedàs d'Eratostenes del números primers

1,2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,51,53,59,61,67,71,73,79,83,89,91,93,97,...



Eratóstenes  
Naix a: Cirene, 276 a.C.  
Mor a: C.Alejandria, 194 a. C.  
Matemàtic, Filòsof, Astrònom i Geògraf



### Instruccions per construir el sedàs

Ratlla tots els múltiples de 2 exceptuant el 2, ratlla tots els múltiples de 3 exceptuant el 3 (alguns d'ells ja els trobaràs ratllats).

Els múltiples de 4 no cal que els ratlles ja que són múltiples de 2, seguim ratllant de la mateixa manera els múltiples de 5, de 7, d'11, i de 13, etc

D'aquesta manera has obtés uns nombres que no han quedat ratllats, són els nombres PRIMERS. No tenen cap divisor, exceptuant l'1 i ell mateix.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

## Exercicis resolts

1.- Calculeu:

$$(-3)^2 = 9 \qquad -3^2 = -9 \qquad -2^3 = -8 \qquad (-2)^3 = -8$$

$$3 - 4 \cdot 5 + 3 \cdot (2 - 3) \cdot 4 - 5^2 = 3 - 20 + 3 \cdot (-1) \cdot 4 - 25 = 3 - 20 - 12 - 25 = -54$$

$$3(-4) - 4 \cdot 5 + 3 \cdot (8 - 3) \cdot 4 + 3 \cdot (-5)^2 = -12 - 20 + 3 \cdot 5 \cdot 4 + 3 \cdot 25 = -32 + 60 + 75 = 103$$

2.- Calculeu:

$$a \cdot (x - c) + a \cdot c = a \cdot x - a \cdot c + a \cdot c = a \cdot x$$

$$m + m \cdot (x - 1) + mx = m + mx - m + mx = 2mx$$

$$2m \cdot (n - 2) - mn + 4m + m \cdot n = 2mn - 4m - mn + 4m + mn = 2mn$$

3.- Calculeu la descomposició factorial dels següents números:

$$18480 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

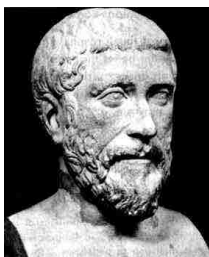
$$135000 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4$$

4.- Calculeu tots els divisors del número:

$$200 = 2^3 \cdot 5^2 \quad \text{Número de divisors} = (3 + 1) \cdot (2 + 1) = 12$$

**Divisors**

*	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
$5^0 = 1$	1	2	4	8
$5^1 = 5$	5	10	20	40
$5^2 = 25$	25	50	100	200



Pitágoras (582 aC - 507 aC)  
Filòsof i Matemàtic grec.  
"Tot són Matemàtiques"

## Exercicis Z

1.- Calculeu:

a  $5 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 4 =$

b  $5 - 3 \cdot (-2) + 6 \cdot 2 - 4 =$

c  $3 \cdot 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 =$

d  $-5 + 3 \cdot 2 - 6 \cdot (-2) \cdot 2 + 4 =$

e  $5 \cdot 6 \cdot 2 + 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 0 + 7 =$

f  $3 \cdot (-5) - 3 \cdot (-1) \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 4 =$

g  $45 + 23 + 5 \cdot 7 =$

h  $5 \cdot (-1) \cdot (-2) - 3 \cdot 2 + 6 - 2 \cdot 4 =$

2.- Calculeu:

a  $7^2 =$

b  $(-2)^2 =$

c  $2^3 =$

d  $(-2)^3 =$

f  $(-3)^2 =$

g  $(-3)^3 =$

h  $-2^2 =$

i  $-3^2 =$

j  $(-1)^2 =$

k  $-1^2 =$

l  $(-2)^1 =$

m  $(-1)^{123} =$

n  $(-2)^0 =$

o  $-2^0 =$

p  $(-1)^0 =$

q  $6^0 =$

3.- Calculeu:

a  $4 - 3^2 =$

b  $5 - (-2)^3 =$

c  $5 \cdot 7 + (-3)^2 =$

d  $9 - 4^2 =$

e  $7 - 2^3 =$

f  $4^2 - 3^2 =$

g  $(4 - 3)^2 =$

h  $(3 - 1)^3 =$

i  $4 - (3 - 3)^2 + 5 =$

4.- Calculeu:

a  $7 \cdot (5 - 2 + 8 - 4) - 5 \cdot 3 - 3 - 4 \cdot 5 =$

b  $(-2)^3 =$

c  $-2^3 =$

d  $-2^3 \cdot (-2)(-2)^4 + 5 \cdot (2 - 3 + 5) \cdot (-1) =$

e  $-3(-3)^2 + (2^2 - 3)^3 - 5 \cdot (-2)^3 + 3 =$

f  $(-2)^4 - 2^3 + (-2)^2 + 2 =$

5.- Calculeu:

a  $5 \cdot (-5^2) + 4 \cdot (3 - 8 + 4)^2 - 5 =$

b  $4 \cdot (-3^2 + 3 \cdot 5) - 5 - 2 \cdot 3 =$

c  $(-3 + 8 - 5) \cdot (2^3 - 3^2) - 5 \cdot 2 =$

d  $(3 - 5) \cdot 2 - (4 - 6 + 1)^2 =$

6.- Calculeu:

a  $(3 - 5)^2 \cdot 2 - (4 - 6 + 1)^3 =$

b  $1 - (4 - 8)^2 + 3 \cdot (1 - 7) =$

c  $2 + 3 \cdot (3 - 1)^2 - 2^2 \cdot 3 =$

d  $1 - [(3 - 1)^2 \cdot (2 - 4) - (1 + 6) + 6]^2 =$

7.- Calculeu:

a  $-(5 - 9)^2 + 3 \cdot (2 + 4) =$

b  $5 \cdot 3^2 \cdot 2 - 2 \cdot 5 \cdot (-1)^3 + 7 - 2 \cdot 5^2 + 2 =$

c  $-(3 - 9)^2 + 5 \cdot (2 + 4)^2 =$

d  $1 - (4 - 5)^3 + 3 \cdot (1 - 6)^2 =$

8.- Calculeu:

a  $-5 \cdot 3^2 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot (-1)^{43} + 7 - 2 \cdot 5^2 + 2 =$

b  $(-3 + 2 - 1) \cdot (2^3 - 3^2) - 5 \cdot 2^3 =$

c  $1 - (4 - 5)^{112} + 3 \cdot (1 - 4)^3 + 5 =$

d  $-(3 - 2)^{12} + 5 \cdot (2 - 4)^2 \cdot (-1)^5 + 6 =$

9.- Calculeu:

a  $5 \cdot (-2^2) + 4 \cdot (3 - 8 + 4)^2 \cdot 2 - 4 =$

b  $4 \cdot (-2^2 - 3 \cdot 5) - 5 - 2 \cdot (-3) =$

c  $(-9 + 8 - 5) \cdot (2^3 - 3^0) - 5 \cdot 2 =$

d  $-2 \cdot (3 - 5) \cdot 2 - (4 - 6 - 1)^2 =$

10.- Calculeu:

a  $(3 - 5)^3 \cdot 2 - (-1) \cdot (4 - 6 - 1)^3 =$

b  $1 - (4 - 5)^3 - 3 \cdot (1 - 7) \cdot (-1) =$

c  $-2 + 3 \cdot (1 - 1)^2 - 2^2 \cdot (-3) =$

d  $1 - [(3 - 1)^3 \cdot (2 - 4) - (1 + 6) - 6]^2 =$

11.- Calculeu:

a  $-(5 - 9)^2 - 3 \cdot (-2 - 4 \cdot (-2)) =$

b  $-5 \cdot (-3^2) \cdot 2 - 2 \cdot (-5) \cdot (-1)^3 + 7 - 2 \cdot (-5^2) + 2 =$

c  $-(3 - 9)^2 + 5 \cdot (2 - 4)^2 =$

d  $-1 + (4 - 1)^3 + 3 \cdot (1 - 6)^2 =$

12.- Calculeu:

a  $-5 \cdot 3^3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot (-1)^{246} + 7 - 2 \cdot 3^2 - 2 =$

b  $(-12 + 2 + 10) \cdot (2^3 - 3^2) - 5 \cdot 2^3 =$

c  $1 - (4 - 5)^{112} - (-1) \cdot (1 - 4)^3 - 5 =$

d  $-(3 - 2)^{112} + 5 \cdot (3 - 4)^{112} \cdot (-1)^{112} + 6 =$

13.- Calculeu la descomposició factorial dels següents números:

a 151.200

b 277.200

c 31.500

d 27720

e 385

14.- Calculeu:

a MCD(20,36,28)

b MCD(77,121,44)

c MCD(16,80,112)

15.- Calculeu:

a MCM(35,50,60)

b MCM(12,45)

c MCM(9,27,12)

16.- Quina xifra(es) escriureu perquè:

a  $3[ ]47$  siga divisible per 11

b  $13[ ]4$  siga divisible per 9

c  $25[ ]$  siga divisible per 2 i per 7

d  $23[ ]4[ ]$  siga divisible per 2 i per 11



17.- Escrigueu números:

- a) divisibles per 3 i no divisibles per 6
- b) divisibles per 2 i no per 3
- c) divisibles per 5 i per 3
- d) divisibles per 0
- e) de tres xifres divisibles per 5 i per 11

18.- Calculeu tots els divisors naturals dels següents números:

- a) 28
- b) 75
- c) 17
- d) 42
- e) 30

19.- Calculeu:

- a)  $MCD(12,34) =$
- b)  $MCD(121,330) =$
- c)  $MCD(15,35,105) =$

20.- Calculeu:

- a)  $MCM(31,62) =$
- b)  $MCM(6,30,54) =$
- c)  $MCM(89,0) =$

21.- El dia 10 d'octubre, Toni i Fabian coincidiren a la biblioteca. Toni va cada 3 dies i Fabian cada 5 dies, quin dia tornaran a coincidir?

22.- Quines seran les dimensions del taulell més gran per poder entaulellar una habitació rectangular de dimensions 234cm X 455cm sense partir cap taulell?.

23.- Recorda la propietat:  $MCD(a,b) \cdot MCM(a,b) = a \cdot b$

- 1.- Què val  $MCM(a,b)$  si  $a$  i  $b$  són primers entre ells?
- 2.- Què val  $MCM(12.345,100) \cdot MCD(12.345,100) =$

24.- Completa el següent esquema:

divisible per	0	1	2	3	5	7	9	11	Primer?
Número									
1.848			si						
5.005									
1.716									
167									
2.145									
3.465									
378					no				

25.- Calculeu tots els divisors naturals dels números. Quants divisors té cada número?.

a 50

b 54

c 300

d 360

e 250

26.- Calculeu:

a  $a \cdot (b - c) + a \cdot c =$

b  $m + m \cdot (x - 1) + mx =$

c  $2m \cdot (n - 2) - mn + 4m =$

d  $2x \cdot (x - 2) - x^2 + 4x =$

e  $m \cdot (n + 1) - mn + 4m =$

27.- Calculeu:

a  $(n - 2)^2 + 4n - 4 =$

b  $(x + 2) + 4x - x^2 - 4 =$

c  $(x + y) \cdot x - y(y + x) =$

d  $(a + b) \cdot (a - b) + b^2 =$

e  $(a + b)^2 - a(a - 2b) =$

28.- Traeu factor comú:

a  $5 + 15 - 25 + 20 =$

b  $12mx - 15m + 6ma =$

c  $3mx - 2m + 5ma =$

d  $mx^2 - mx + amx =$

e  $4mx - 10m + 6ma =$

29.- Un número de tres xifres iguals pot ser primer?

30.- Quins valors pot tenir  $a$  perquè  $M.C.M.(a,36)=36$ ?

31.- Descomposeu 756 en factors primers i trobeu dos números consecutius on el seu producte siga 756.

32.- Trobeu el primer múltiple de 21 divisible per 5. Trobeu el primer múltiple de 15 divisible per 12.

33.- Quin és el major múltiple de 9 que té 5 xifres?

34.- Demostreu que la suma de dos números imparells consecutius és un número múltiple de 4.

35.- Sense fer la divisió, quin és el residu de la divisió de 7414 per 9?

## Ampliació



1.- Si  $n \in \mathbb{N}$  definim **n-factorial** a:  $n! = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ n \cdot (n-1)! & \text{si } n > 0 \end{cases}$  Calculeu:

a  $3! =$       b  $5! =$       c  $1! =$       d  $\frac{7!}{3!} =$       e  $\frac{4!}{(3-1)!} =$

2.- Si  $n, m \in \mathbb{N}$  i  $n \geq m$  definim número combinatori **n sobre m** a:  $\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$  Calculeu:

a  $\binom{3}{1} =$       b  $\binom{7}{0} =$       c  $\binom{5}{5} =$       d  $\binom{7}{6} =$       e  $\binom{4}{3} =$

3.- Construeix el sedàs d'Eratostenes dels números primers.

4.- Hi ha infinits números primers. (Euclides ja ho va demostrar)

5.- Observa:

$1 \cdot 2 - 1 = 1$       és primer

$1 \cdot 2 \cdot 3 - 1 = 5$       és primer

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 - 1 = 29$       és primer

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 - 1 = 209$       és primer



Euclides.  
325 aC-265 aC  
Matemàtic grec

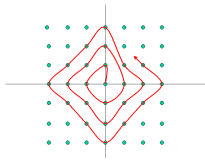
Quina propietat generalitzaria el que has observat?.

6.- Observa que qualsevol número parell és la suma de dos números primers (considerant el 1 com número primer) (conjectura de Goldbach. Euler va intentar demostrar-la. Fins ara no s'ha pogut)



Euler.  
Físic i Matemàtic.  
Naix a Basilea (Suïssa) el 1707 i mor a  
Sant Petesburg (Russia) el 1783

## Número Racional Q



### Fracció

Una fracció és una expressió de la forma  $\frac{m}{n}$  on  $m, n \in \mathbb{Z}$  i  $n \neq 0$

### Fraccions equivalents

Direm que  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$

ex:  $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ;  $\frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

### Propietat de les fraccions

Si multipliquem o dividim el numerador i el denominador d'una fracció pel mateix número enter (diferent de 0) la fracció resultant és equivalent a la primera.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} \quad \frac{a}{b} = \frac{a/c}{b/c}$$

### Conjunt Q

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \text{ on } m, n \in \mathbb{Z} \text{ primers entre ells i } n \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

### Operacions en Q

+ suma

- resta

\*multiplicació

/divisió

Suma +(-)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$

$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$

#### Propietats de la suma +

1.- La + en Q és ll. c. i.

$$a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q} \rightarrow a + b \in \mathbb{Q}$$

2.- La + en Q és commutativa

$$a + b = b + a \quad \forall a, b \in \mathbb{Q}$$

3.- La + en Q és associativa

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Q}$$

4.- L'element neutre de + en Q és 0

$$a + 0 = 0 + a = a \quad \forall a \in \mathbb{Q}$$

5.- L'element simètric d'  $a \in \mathbb{Q}$  és  $-a \in \mathbb{Q}$

$$a + (-a) = (-a) + a = 0 \quad \forall a \in \mathbb{Q}$$

Multiplicació \*(÷)  $\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

#### Propietats de la multiplicació \* (.) (cap signe)

1.- La \* en Q és ll. c. i.

$$a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q} \rightarrow a * b \in \mathbb{Q}$$

2.- La \* en Q és commutativa

$$a * b = b * a \quad \forall a, b \in \mathbb{Q}$$

3.- La \* en Q és associativa

$$(a * b) * c = a * (b * c) = a * b * c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Q}$$

4.- L'element unitat de \* en Q és 1

$$a * 1 = 1 * a = a \quad \forall a \in \mathbb{Q}$$

5.- L'element invers de  $a \in \mathbb{Q}^*$  és  $\frac{1}{a} \in \mathbb{Q}$

$$a * \frac{1}{a} = \frac{1}{a} * a = 1 \quad \forall a \in \mathbb{Q}^*$$

#### Propietats distributives de la multiplicació \* respecte de la suma +

$$a * (b + c) = a * b + a * c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Q}$$

[→ (llevar parèntesi) ← (traure factor comú)]

$$(b + c) * a = b * a + c * a \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Q}$$

## Potència d'exponent enter i base racional

$$\text{Definim } \begin{cases} a^n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \text{ i } a \neq 0 \\ a \cdot a^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases} \\ a^{-n} = \frac{1}{a^n} & \text{si } a \neq 0 \end{cases} \quad \text{on } n \in \mathbb{N} \text{ i } a \in \mathbb{Q}$$

### Propietats de les potències

1.  $a^1 = a \quad \forall a \in \mathbb{Q}$
2.  $a^n \cdot a^m = a^{m+n} \quad \forall a \in \mathbb{Q} \text{ i } m, n \in \mathbb{Z}$
3.  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \forall a \in \mathbb{Q}^* \text{ i } m, n \in \mathbb{Z}$
4.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \forall a \in \mathbb{Q} \text{ i } m, n \in \mathbb{Z}$
5.  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \forall a, b \in \mathbb{Q} \text{ i } n \in \mathbb{Z}$
6.  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \forall a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}^* \text{ i } n \in \mathbb{Z}$

### Prioritat de les operacions

Sempre en aquest ordre: ( ), potències i arrels, multiplicació o/i divisió, suma o/i resta.  
Aquest ordre pot ser alterat per ( ). En cas de la mateixa prioritats sempre d'esquerre a dreta.

**Números decimals racionals** *decimals racionals*  $\begin{cases} \text{decimal exacte} \\ \text{decimal periòdic} \begin{cases} \text{periòdic pur} \\ \text{periòdic mixt} \end{cases} \end{cases}$

### Fracció generatriu

Qualsevol decimal racional pot expressar-se com una fracció. La forma de calcular-la:

$$\text{Decimal exacte: } 15'5 = \frac{155}{10} = \frac{31}{2}$$

$$\text{Decimal periòdic: } x = 2'3 \quad \begin{array}{r} 10x = 23\hat{3} \\ x = 2\hat{3} \\ \hline 9x = 21 \end{array} \quad \text{per tant } x = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

### La fracció com operador

Si volem calcular una determinada part d'una quantitat, procedim de la següent manera:

$$\frac{m}{n} \text{ parts de } Q = \frac{m}{n} \cdot Q$$



Arquímedes (287 aC – 212 aC)  
Matemàtic grec, Físic, Ingenier,  
Inventor i Astrònom

## Exercicis resoltos:

1.- Calculeu (denominador comú)

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{3} - \frac{2}{15} = \frac{9+20-2}{15} = \frac{27}{15} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{2}{9} - \frac{4}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10-60-18}{45} = \frac{-68}{45}$$

2.- Calculeu (prioritat de les operacions)

$$\begin{aligned} \frac{8}{5} - \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{15}\right) \cdot \frac{9}{4} + 3 &= \frac{8}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{6-1}{15} \cdot \frac{9}{4} + 3 = \frac{8}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{9}{4} + 3 = \frac{8}{5} - \frac{3 \cdot 5 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4} + 3 = \\ &= \frac{8}{5} - \frac{9}{20} + 3 = \frac{32-9+60}{20} = \frac{83}{20} \end{aligned}$$

3.- Calculeu

$$\text{a } 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\text{b } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

$$\text{c } \frac{5}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{5}{4} - \frac{3}{2} = \frac{5-6}{4} = \frac{-1}{4}$$

$$\text{d } \left(\frac{5}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\text{e } \left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}\right]^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

4.- Calculeu

$$\text{a } \frac{3^4 \cdot 5^4 \cdot 81 \cdot (-2)^4}{64 \cdot (-3)^5 \cdot (-5)^3} = \frac{3^4 \cdot 5^4 \cdot 2^4}{2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^3} = \frac{5}{2^2 \cdot 3} = \frac{5}{12}$$

$$\text{b } \frac{ax^2+ax}{a^2x+a^2} = \frac{ax(x+1)}{a^2(x+1)} = \frac{x}{a}$$

5.- Calculeu

$$\text{a } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{8}} = \frac{1}{\frac{13}{8}} = \frac{8}{13}$$

$$\text{b } \frac{2}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}} = \frac{2}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{2}{3}}}} = \frac{2}{3 + \frac{1}{2 + \frac{3}{2}}} = \frac{2}{3 + \frac{1}{\frac{7}{2}}} = \frac{2}{3 + \frac{2}{7}} = \frac{2}{\frac{23}{7}} = \frac{14}{23}$$

6.- Quant són les set tercers parts de 21.234?  $\frac{7}{3} \cdot 21.234 = 49.546$

7.- Des de Simat a Barx hi ha 5.212 metres i hem recorregut les tres quartes parts del camí. Quants metres ens queden per recórrer?

$$\text{Hem recorregut } \frac{3}{4} \cdot 5.212 = 3.909 \text{ m. Queden per recórrer } 5.212 - 3.909 = 1.303 \text{ m}$$

## Exercicis Q

1.- Simplifiqueu al màxim les següents fraccions:

$$\begin{array}{ccccc} \text{a} \frac{45}{125} = & \text{b} \frac{5}{25} = & \text{c} \frac{12}{20} = & \text{d} \frac{49}{21} = & \text{e} \frac{33}{121} = \\ \text{f} \frac{5}{200} = & \text{g} \frac{12}{400} = & \text{h} \frac{72}{243} = & \text{i} \frac{26}{130} = & \text{j} \frac{88}{176} = \end{array}$$

2.- Expressu en forma de fracció les següents potències:

$$\text{a} 3^{-1} = \quad \text{b} 2^3 \cdot 5^{-2} = \quad \text{c} 7^{-1} \cdot 5^{-2} = \quad \text{d} 2^{-2} \cdot 5 = \quad \text{e} 3 \cdot 15^{-2} =$$

3.- Simplifiqueu al màxim les següents fraccions:

$$\begin{array}{ccc} \text{a} \frac{3 \cdot 5^{-2}}{9 \cdot 5^{-3}} = & \text{b} \frac{2 \cdot 3^{-2} \cdot 5^{-2}}{4 \cdot 9^{-1} \cdot 5^{-3}} = & \text{c} \frac{a^{-4} \cdot 3 \cdot 5^{-2}}{a^{-3} \cdot 9 \cdot 5^{-3}} = \\ \text{d} \frac{3 \cdot b^4 \cdot a^{-1} \cdot 5^{-2} \cdot a^2}{9 \cdot 5^{-3} \cdot (a \cdot b)^3} = & \text{e} \frac{5 \cdot 3^2 \cdot 2^4 \cdot 7}{49 \cdot 36 \cdot 25} = & \\ \text{f} \frac{3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 7}{49 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 25} = & \text{g} \frac{5 \cdot 3^{-2} \cdot 2^4 \cdot 7 \cdot 2^{-3}}{4^2 \cdot 9 \cdot 3^{-3} \cdot 6 \cdot 25} = & \end{array}$$

4.- Representeu a la recta real les següents fraccions:

$$\text{a} \frac{2}{3} \quad \text{b} \frac{-3}{2} \quad \text{c} \frac{5}{4}$$

5.- Expressu amb el mateix denominador les següents fraccions i ordena-les de menor a major

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{-2}{5} \quad \frac{21}{12} \quad \frac{-7}{15} \quad \frac{5}{2}$$

6.- Calculeu:

$$\begin{array}{cc} \text{a} \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = & \text{b} \frac{7}{2} + 2 + \frac{8}{6} = \\ \text{c} \frac{7}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{11} = & \text{d} \frac{10}{11} + \frac{10}{7} - \frac{12}{11} = \\ \text{e} 3 - \frac{1}{21} - \frac{1}{7} + \frac{2}{9} = & \text{f} \frac{3}{2} + \frac{5}{16} - \frac{3}{8} = \end{array}$$

7.- Calculeu:

$$a \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{6} =$$

$$b \frac{5}{8} : \frac{3}{2} =$$

$$c 7 : \frac{3}{8} =$$

$$d \frac{-2}{7} \cdot \frac{-3}{5} =$$

$$e \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) =$$

$$f \frac{8}{15} : \left(-\frac{6}{5}\right) =$$

8.- Calculeu:

$$a \frac{4}{5} - \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{3} =$$

$$b 9 - \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{3} + \frac{2}{5} =$$

$$c \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{10}{3} =$$

$$d \frac{2}{3} : \frac{3}{4} - \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} =$$

$$e \frac{8}{3} : \frac{5}{9} : \left(\frac{6}{5} - \frac{1}{3}\right) =$$

$$f \frac{2}{7} + \frac{5}{7} : \frac{2}{3} =$$

9.- Calculeu:

$$a \frac{3}{5} - \frac{8}{5} =$$

$$b \frac{13}{4} - \frac{5}{3} =$$

$$c \frac{6}{5} + \frac{7}{3} - \frac{5}{2} =$$

$$d \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} =$$

$$e \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{7}{5} \cdot \frac{5}{2} =$$

$$f \frac{7}{3} - \frac{3}{4} + \frac{15}{6} - \frac{4}{9} =$$

10.- Calculeu:

$$a \frac{1}{3} + \frac{12}{7} + \frac{3}{14} - \frac{15}{6} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$b \frac{3}{7} - \frac{12}{5} \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{5}{7}\right) \cdot \frac{5}{4} =$$

$$c \frac{\frac{2}{5} + 1}{\frac{2}{5} + \frac{3}{10}} =$$

$$d \frac{7}{5} - \frac{12}{5} + \frac{3}{15} - \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$e \frac{7}{3} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{15}{6} \cdot \frac{4}{9} =$$

$$f \frac{7}{3} \cdot \frac{12}{5} + \frac{3}{14} \cdot \frac{15}{6} - \frac{4}{9} =$$



11.- Calculeu:

$$a \frac{1}{1 + \frac{1}{3 - \frac{1}{2}}} + \frac{4}{7} =$$

$$b \frac{1}{1 + \frac{1}{3 - \frac{1}{2}}} + \frac{4}{9} =$$

$$c \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{5} - \frac{7}{15} + \frac{5}{3} \right) + \frac{1}{2} =$$

$$d \frac{4}{5} : \frac{2}{15} + \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2} - \frac{2}{15} : 2 =$$

$$e \left( \frac{2}{3} : \frac{8}{9} \right) + \left( 1 + \frac{5}{3} \right) =$$

$$f \left( \frac{3}{4} + 1 \right) \cdot \left( \frac{5}{4} - 1 \right) : \frac{7}{4} + \frac{1}{4} =$$

12.- Calculeu:

$$a \frac{3}{1 + \frac{5}{6} + 3 \cdot \frac{2}{6}} =$$

$$b \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{4} \cdot \left( 1 - \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} =$$

$$c 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} =$$

$$d 5 - 3 : \frac{4}{7} + \frac{3}{7} \cdot \left( 1 + \frac{1}{6} \right) =$$

$$e \left( \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{4}{5} - \left( \frac{5}{2} \right)^{-1} =$$

$$f \left( \frac{4}{3} \right)^{-2} + \left( \frac{7}{8} \right)^0 + \frac{5}{8} =$$

13.- Calculeu:

$$a \frac{5}{7} \cdot \left( \frac{5}{2} + \frac{1}{\frac{3}{5} + \frac{2}{5}} \right) =$$

$$b \left( \frac{1}{2} \right)^0 + \left( \frac{1}{2} \right)^1 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \right)^3 =$$

$$c \left( \frac{1}{2} \right)^0 + \left( \frac{1}{2} \right)^{-1} + \left( \frac{1}{2} \right)^{-2} + \left( \frac{1}{2} \right)^{-3} =$$

$$d 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} =$$

$$e \frac{3}{5} : \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} : \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{9} : \frac{5}{3} =$$

$$f \frac{1}{5} + 1 - \frac{2}{5} + 2 - \frac{3}{5} - 1 - \frac{1}{5} =$$

14.- Calculeu:

$$a \quad \frac{7}{4} : \left( \frac{3}{4} + \frac{4}{5} \right) =$$

$$b \quad \left( \frac{2}{5} + \frac{6}{7} \right) : \frac{11}{3} =$$

$$c \quad 5 - \frac{1}{4} + \frac{6}{2} - \left( \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \right) =$$

$$d \quad \left( \frac{6}{12} + \frac{2}{4} - \frac{1}{8} \right) : \frac{1}{2} - \left( \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) =$$

$$e \quad \left( \frac{3}{7} + 1 - \frac{2}{5} \right) : \left( \frac{5}{2} - 3 + \frac{3}{4} \right) =$$

$$f \quad \frac{\left( \frac{3}{4} - \frac{1}{7} \right) : \frac{6}{5}}{4 + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}} =$$

15.- Calculeu:

$$a \quad \left( \frac{14}{9} : \frac{5}{3} \right) - \frac{12}{18} =$$

$$b \quad 1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} =$$

$$c \quad 4 + \frac{3 \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{5} : 3} + 2 =$$

$$d \quad \frac{4 + \frac{3 + \frac{1}{2}}{5 + \frac{1}{6}}}{6 - \frac{5 + \frac{1}{4}}{8 + \frac{1}{9}}} =$$

16.- Calculeu:

$$a \quad \frac{1}{2} + \frac{4}{\frac{1}{8}} + \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{\frac{32}{1}} + \frac{64}{\frac{1}{128}}} =$$

$$b \quad \frac{3}{5} + \left( \frac{5}{3} \right)^{-1} + \left( \frac{5}{2} \right)^{-1} =$$

$$c \quad \left( \frac{2}{3} \right)^2 - \frac{1}{3} + \left( \frac{27}{2} \right)^{-1} + \left( \frac{13}{5} \right)^0 =$$

$$d \quad 1 - \frac{\left( \frac{3}{5} - 1 \right)^2 - \frac{4}{5}}{\frac{5}{3} - \left( \frac{3}{7} \right)^{-1} + 1} =$$

- 17.- Calculeu el 15% de 250.000 €.
- 18.- El 7% d'una quantitat de diners són 28.000 €. De quina quantitat es tracta?
- 19.- Un pantaló que val inicialment 50€ el venem per 65€. Quin percentatge sobre el preu inicial hem augmentat en la venda? Quin operador aplicariem al preu inicial del pantaló per obtenir el preu de venda?
- 20.- Les cinc quartes parts d'un recorregut són la meitat de les cinc tercers parts de 12 Km. De quants Km és el recorregut?
- 21.- Una moto val 47.200 €. En comprar-la hem pagat  $\frac{4}{15}$  del seu valor. Quant ens queda per pagar?
- 22.- En una cantera hi ha 900 tones de pedra. Per transportar-la utilitzem camions que porten  $\frac{7}{3}$  de tona. Quants camions necessitem?
- 23.- En un dinar, les persones majors es mengen  $\frac{9}{16}$  parts de paella i els menuts  $\frac{1}{3}$  de paella. Quanta paella queda?
- 24.- Un obrer cobra 2.450 € i paga en impostos  $\frac{7}{50}$  d'aquesta quantitat. Quant paga en impostos i quant li queda per a ell?
- 25.- Un litre de llet val 1€. Què valdrà  $\frac{7}{4}$  de litre?
- 26.- Quin número multiplicat per  $\frac{3}{4}$  dona  $\frac{5}{8}$ ?
- 27.- Els guanys d'un negoci són 620.000€. Un soci s'emporta  $\frac{5}{9}$  d'aquesta quantitat i la resta s'ho reparteixen entre els altres dos socis. Quants diners s'emporta cadascú?
- 28.- Un terreny de  $\frac{153}{2}$  hectàrees es divideix en parcel·les de  $\frac{3}{8}$  hectàrees cadascuna. Quantes parcel·les hi haurà?
- 29.- Un corredor ha fet  $\frac{5}{8}$  parts d'un recorregut de 13.200m. Quants metres li queden per recórrer?
- 30.- Què val els tres cinquèens dels set huitens de la meitat de 1.800?
- 31.- Per mecanografiar  $\frac{5}{8}$  d'un treball em paguen 600€. Què em pagarien de tot el treball?



## Número Irracional I

### Definició

Direm que un número és irracional si no pot expressar-se com una fracció.

Com a conseqüència de la definició, qualsevol decimal racional (exacte, periòdic pur o periòdic mixt) no serà número irracional.

És irracional el número  $x=1,123456789101112131415161718192021\dots$  (les xifres decimals són els números naturals)

$\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $1 + \sqrt{5}$ ,  $\sqrt[3]{4} \dots$  també són irracionals.

Al conjunt format per tots els números irracionals s'anomena **I**

**Propietat**  $Si a \in Q i b \in I \rightarrow a + b \in I i a \cdot b \in I$

### $\sqrt{2}, \pi, e, \phi$

Es pot demostrar que  $\sqrt{2}$  és Irracional.

El número  $\pi$  és un número Irracional i, per tant, no pot expressar-se en forma de fracció. Té infinites xifres decimals i aproximadament val 3,14159265358979...

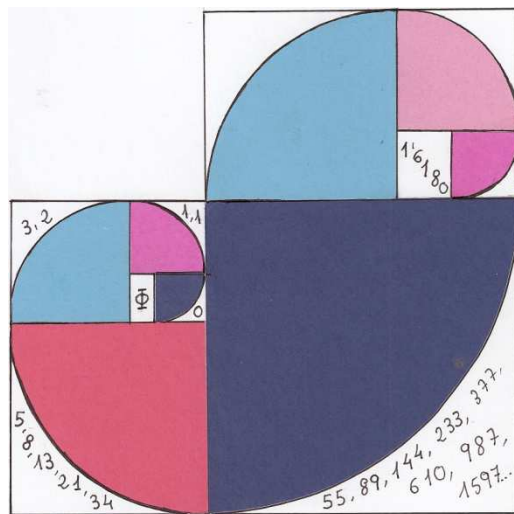
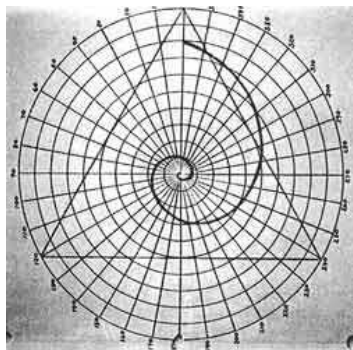
No és possible dibuixar amb regla i compàs un punt en  $R$  a distància  $\pi$  de l'origen.

Leibniz va demostrar que la següent sèrie convergeix a  $\pi$

$$\pi = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \frac{4}{13} - \frac{4}{15} + \frac{4}{17} - \frac{4}{19} + \dots$$

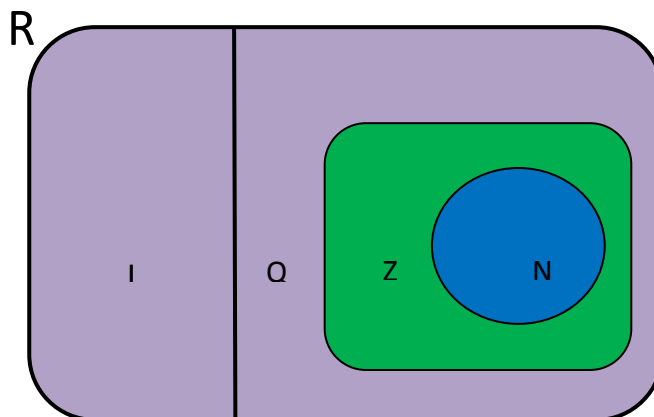
Un altre número interessant  $e = 2,718281828\dots$  també és irracional

I també el número d'or  $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$



## Número Real R

El conjunt format per la unió dels racionals  $Q$  i dels irracionals  $I$  formen el conjunt dels nombres reals  $R = Q \cup I$



$$\left. \begin{array}{l} N \subset Z \subset Q \\ \cup \\ I \end{array} \right\} = R$$

N					0	1	2	3	4	5	6
Z	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
Q	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
R	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

La recta real  $R$  és densa i completa

## Intervals

$[a, b]$	$\{x \in R/a \leq x \leq b\}$	a ————— b
$]a, b[$	$\{x \in R/a < x < b\}$	ao ————— ob
$[a, b[$	$\{x \in R/a \leq x < b\}$	a ————— ob
$]a, b]$	$\{x \in R/a < x \leq b\}$	ao ————— b
$[a, +\infty[$	$\{x \in R/x \geq a\}$	a ————— $\rightarrow$
$]a, +\infty[$	$\{x \in R/x > a\}$	ao ————— $\rightarrow$
$]-\infty, b]$	$\{x \in R/x \leq b\}$	$\leftarrow$ ————— b
$]-\infty, b[$	$\{x \in R/x < b\}$	$\leftarrow$ ————— ob
$]-\infty, +\infty[$	$R$	$\leftarrow$ ————— $\rightarrow$

## Operacions amb intervals. Unió $\cup$ i Intersecció $\cap$

definim  $I \cup J = \{x \in R/x \in I \text{ o } x \in J\}$       definim  $I \cap J = \{x \in R/x \in I \text{ i } x \in J\}$

Centre i radi de l'interval  $[a, b]$  ó  $]a, b[$  centre  $c = \frac{a+b}{2}$  i radi  $r = \frac{|b-a|}{2}$

$\cap$  intersecció;  $\cup$  unió;  $\emptyset$  conjunt buit;  $\in$  pertany;  $\forall$  per a tot;  $\rightarrow$  aleshores;  
 $\subseteq$  inclòs en;  $\square$  Producte; /de forma que;  $\leftrightarrow$  si i sols si;  $\exists$  existeix;

## Valor absolut

Si  $a \in \mathbb{R}$  definim  $|a| = +\sqrt{a^2}$ . Aquesta definició és equivalent a:  $|a| = \begin{cases} -a & \text{si } a \leq 0 \\ a & \text{si } a > 0 \end{cases}$

## Notació científica

Un número decimal en notació científica s'expressa de la forma  $a \cdot 10^n$  on  $1 \leq |a| < 10$  i  $n \in \mathbb{Z}$

El valor de  $a$  rep el nom de **mantissa** i el valor de  $n$  rep el nom **ordre de magnitud**.

Ex.-  $x = 3'12 \cdot 10^4$

Ex.-  $x = -2'0342 \cdot 10^{-3}$

## Operacions amb notació científica

Per sumar o restar dos números amb notació científica han de tenir el mateix ordre de magnitud.

$$1'23 \cdot 10^4 + 2'34 \cdot 10^4 = 3'57 \cdot 10^4$$

Per multiplicar o dividir dos números en notació científica, es multipliquen o es divideixen les mantisses, per un costat, i les potències de 10, per altre.

$$1'23 \cdot 10^{-2} \cdot 2'34 \cdot 10^5 = 4'3911 \cdot 10^3$$

## Operacions en $\mathbb{R}$      + suma                      - resta                      \*multiplicació                      /divisió

### Propietats de la suma +

- |   |  |
|---|--|
| 1.- La + en $\mathbb{R}$ és ll. c. i.                               | $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \rightarrow a + b \in \mathbb{R}$        |
| 2.- La + en $\mathbb{R}$ és commutativa                             | $a + b = b + a \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$                            |
| 3.- La + en $\mathbb{R}$ és associativa                             | $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$ |
| 4.- L'element neutre de + en $\mathbb{R}$ és 0                      | $a + 0 = 0 + a = a \quad \forall a \in \mathbb{R}$                           |
| 5.- L'element simètric d' $a \in \mathbb{R}$ és $-a \in \mathbb{R}$ | $a + (-a) = (-a) + a = 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$                     |

### Propietats de la multiplicació \* (.) (cap signe)

- |  |  |
|--|--|
| 1.- La * en $\mathbb{R}$ és ll. c. i.  | $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \rightarrow a * b \in \mathbb{R}$        |
| 2.- La * en $\mathbb{R}$ és commutativa                                      | $a * b = b * a \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$                            |
| 3.- La * en $\mathbb{R}$ és associativa                                      | $(a * b) * c = a * (b * c) = a * b * c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$ |
| 4.- L'element unitat de * en $\mathbb{R}$ és 1                               | $a * 1 = 1 * a = a \quad \forall a \in \mathbb{R}$                           |
| 5.- L'element invers d' $a \in \mathbb{R}^*$ és $\frac{1}{a} \in \mathbb{R}$ | $a * \frac{1}{a} = \frac{1}{a} * a = 1 \quad \forall a \in \mathbb{R}^*$     |

### Propietats distributives de la multiplicació \* respecte de la suma +

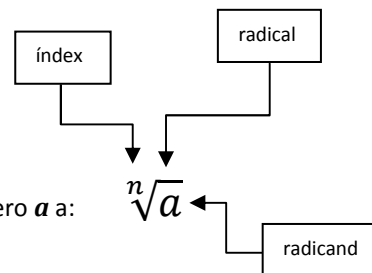
$$a * (b + c) = a * b + a * c \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} \quad [\rightarrow (\text{llevar parèntesi}) \quad \leftarrow (\text{traure factor comú})]$$

$$(b + c) * a = b * a + c * a \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$$

## Radicals

### Radical d'índex n

Siga  $a \in \mathbf{R}$  i  $n \in \mathbf{N}$ , anomenem radical d'índex  $n$  del número  $a$  a:



### Arrel n-èsima

Direm que  $\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a$

	Radicand	Índex	Número d'arrels reals
$\sqrt[n]{a}$	a>0	n imparell	Una arrel positiva
		n parell	Dos arrels (+,-)
	a=0	n parell o imparell	Una arrel (0)
	a<0	n imparell	Una arrel negativa
		n parell	Cap arrel

$$\sqrt{9} = \pm 3$$

$$\nexists \sqrt{-8}$$

$$\sqrt[4]{16} = \pm 2$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

### Propietats dels radicals

Si existeixen les arrels, s'acompleixen les següents propietats:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt[n \cdot m]{a^n} = \sqrt[m]{a}$$

### Traure factors d'un radical

Ens basem en la següents propietats:  $\sqrt[n]{a^n} = a$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\text{Ex: } \sqrt[3]{x^5 \cdot a^4 \cdot 81 \cdot y^3} = \sqrt[3]{x^3 x^2 \cdot a^3 \cdot a \cdot 3^3 \cdot 3 \cdot y^3} = x \cdot a \cdot 3 \cdot y \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot a \cdot 3}$$

### Introduir factors a un radical

Per introduir factors farem el procés invers a traure factors. Ex:  $x \cdot \sqrt[4]{y} = \sqrt[4]{x^4 \cdot y}$

### Radicals semblants

Direm que dos radicals són semblants si tenen el mateix radical i el mateix radicand.

$$\text{Ex: } \sqrt{x \cdot y^2 \cdot a} \quad \sqrt{x \cdot a}$$

**Propietat:** Sols poden sumar-se o restar-se radicals semblants:

$$\text{Ex: } 3\sqrt{a} - \sqrt{a} = 2\sqrt{a}; \quad 5\sqrt[3]{xy^2} + 2\sqrt[3]{xy^2} = 7\sqrt[3]{xy^2}$$

$\cap$  intersecció;  $\cup$  unió;  $\emptyset$  conjunt buit;  $\in$  pertany;  $\forall$  per a tot;  $\rightarrow$  aleshores;  
 $\subseteq$  inclòs en;  $\prod$  Producte; /de forma que;  $\leftrightarrow$  si i sols si;  $\exists$  existeix;



### Radicals amb índex comú

L'índex comú de diversos radicals és el MCM(dels índex dels radicals)

$$\sqrt[3]{9} \quad \sqrt[6]{20} \quad \sqrt{7} \text{ amb el mateix índex } \sqrt[6]{9^2} \quad \sqrt[6]{20} \quad \sqrt[6]{7^3}$$

**Propietat:** Sols poden multiplicar-se o dividir-se radicals que tinguen el mateix índex

### Potència d'exponent racional i base real

$$\text{Definim } \begin{cases} a^n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \text{ i } a \neq 0 \\ a \cdot a^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases} \\ a^{-n} = \frac{1}{a^n} & \text{si } a \neq 0 \\ a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n} \end{cases} \quad \text{on } n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}^* \text{ i } a \in \mathbb{R}$$

### Propietats de les potències

- $a^1 = a \quad \forall a \in \mathbb{R}$
- $a^n \cdot a^m = a^{m+n} \quad \forall a \in \mathbb{R} \text{ i } m, n \in \mathbb{Q}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \forall a \in \mathbb{R}^* \text{ i } m, n \in \mathbb{Q}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \forall a \in \mathbb{R} \text{ i } m, n \in \mathbb{Q}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \forall a, b \in \mathbb{R} \text{ i } n \in \mathbb{Q}$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \forall a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^* \text{ i } n \in \mathbb{Q}$

**Simplificació de radicals**  $n \cdot m \sqrt[n \cdot m]{a} = m \sqrt[n]{a}$       Ex:  $\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

### Prioritat de les operacions

Sempre en aquest ordre: (), potències i arrels, multiplicació o/i divisió, suma o/i resta  
Aquest ordre pot ser alterat per (. En cas de la mateixa prioritats sempre d'esquerre a dreta.

### Igualtats notables

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 & (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2; \\ (a+b) \cdot (a-b) &= a^2 - b^2 & (a \pm b)^3 &= a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \end{aligned}$$

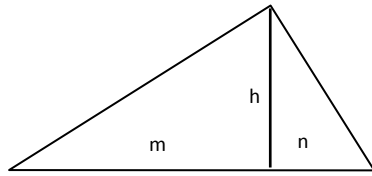
### Racionalització

El procés de transformar una fracció amb radicals en el denominador, en un altra fracció equivalent, que no els tinga, es coneix amb el nom de racionalitzar.

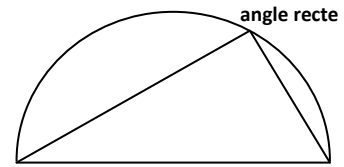
Ex:  $\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$

$$\frac{3}{\sqrt{7}-2} = \frac{3 \cdot (\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2) \cdot (\sqrt{7}+2)} = \frac{3 \cdot (\sqrt{7}+2)}{7-4} = \frac{3 \cdot (\sqrt{7}+2)}{3} = (\sqrt{7}+2)$$

**Representació gràfica d'arrels quadrades** Ens basarem en les següents propietats:

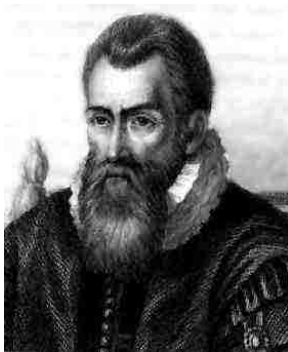
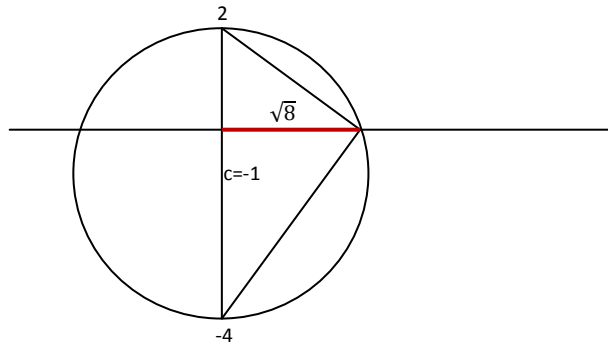


teorema de l'altura  $h^2 = m \cdot n$



angle inscrit que abarca una semicircumferència

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2}$$



John Napier  
Naix: 1550 en Edinburg, Escòcia  
Mor: 4 de Abril de 1617 en Edinburg, Escòcia  
Matemàtic

## Exercicis resolts:

1.- Calculeu:

$$\sqrt{4} = \pm 2$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$\sqrt{225} = \pm 5$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\sqrt[4]{16} = \pm 2$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\sqrt[4]{0} = 0$$

$$\sqrt{-25} =$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[4]{1} =$$

$$\sqrt{a^2} = \pm a$$

$$\sqrt[3]{b^3} = b$$

$$\sqrt[4]{x^4} = \pm x$$

$$\sqrt{c^2} = \pm c$$

$$\sqrt[3]{(-a)^3} = -a$$

$$\sqrt[4]{(-x)^4} = \pm x$$

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4}$$

$$\sqrt[3]{\frac{-1}{8}} = \frac{-1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \pm \frac{5}{4}$$

2.- Considereu sols el valor positiu de les arrels d'índex parell i digueu a quin conjunt pertanyen els següents números (N,Z,Q o I)

$$\frac{\sqrt{9}}{2} \in Q$$

$$\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} \in N$$

$$3 + \sqrt{2} \in I$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \in N$$

$$2\sqrt{-1} \in Z$$

3.- Calculeu:

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(\sqrt[3]{-5})^3 = -5$$

4.- Traeu factors dels següents radicals:

$$\sqrt[3]{a^5 \cdot b^6 \cdot c^3} = a \cdot b^2 \cdot c \cdot \sqrt[3]{a^2}$$

$$\sqrt{27 \cdot a^3} = \sqrt{3^3 \cdot a^3} = 3 \cdot a \cdot \sqrt{3 \cdot a}$$

$$\sqrt{\frac{a^3 \cdot b^2}{125}} = \frac{a \cdot b \cdot \sqrt{a}}{5 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\sqrt{\frac{243}{32}} = \sqrt{\frac{3^5}{2^5}} = \frac{3^2}{2^2} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{2}}$$

5.- Introduiu factors en el radical:

$$x \cdot \sqrt[3]{x^4} = \sqrt[3]{x^7}$$

$$2 \cdot b^2 \cdot \sqrt{a} = \sqrt{2^2 \cdot b^4 \cdot a}$$

6.- Calculeu:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = \pm 4$$

$$\sqrt[3]{-1} \cdot \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = \pm 4$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3} = \sqrt{a^4} = \pm a^2$$

7.- Calculeu:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 4^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^4} = \sqrt[6]{2^7} = 2 \cdot \sqrt[6]{2}$$

$$\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[12]{3^3}}{\sqrt[12]{2^4}} = \sqrt[12]{\frac{27}{16}} \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \pm 2$$

8.- Expressiu en forma de radical les següents potències:

$$2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2} \quad 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4} \quad 5^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{5^3} = 5\sqrt[5]{5}$$

9.- Simplifiqueu els següents radicals:

$$\sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3} \quad \sqrt[8]{64} = \sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8} \quad \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt{3}$$

10.- Calculeu:

$$(\sqrt{3} + 2) \cdot (\sqrt{3} - 2) = (\sqrt{3})^2 - 2^2 = 3 - 4 = -1$$

$$(\sqrt{5} - 3)^2 = (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 3 + 3^2 = 5 - 6 \cdot \sqrt{5} + 9 = 14 - 6 \cdot \sqrt{5}$$

11.- Calculeu:

$$\sqrt{125} - 2 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{45} = \sqrt{5^3} - 2 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3^2 \cdot 5} = 5 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot \sqrt{5} = 6 \cdot \sqrt{5}$$

12.- Calculeu:

$$\frac{\sqrt{18} + \sqrt{32} - 5\sqrt{2}}{\sqrt{8} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^5} - 5\sqrt{2}}{\sqrt{2^3} - \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$$

13.- Racionalitzeu les següents expressions:

$$a \frac{25}{\sqrt{5}} = \frac{25 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{25 \cdot \sqrt{5}}{5} = 5 \cdot \sqrt{5} \quad b \frac{3}{\sqrt{7}-2} = \frac{3 \cdot (\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2) \cdot (\sqrt{7}+2)} = \frac{3 \cdot (\sqrt{7}+2)}{3} = \sqrt{7} + 2$$

14.- Calculeu:

$$|5| = 5 \quad |-3| = 3 \quad |1 - \sqrt{3}| = -(1 - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1$$

$$Si n \geq 1; |1 - 5n| = -(1 - 5n) = 5n - 1$$

15.- Expressiu en notació científica els següents números:

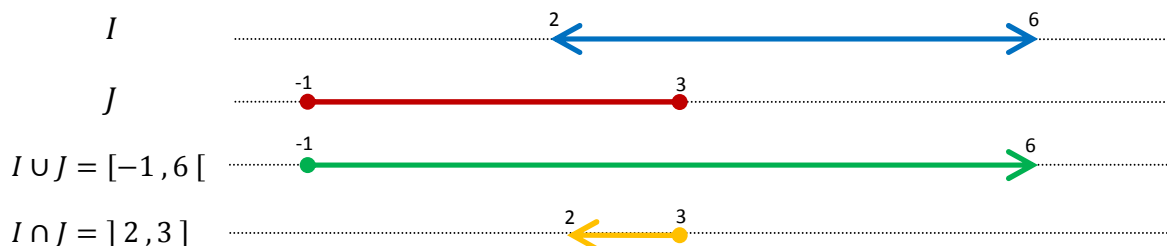
$$312'345678 = 3'12345678 \cdot 10^2 \quad 0'00234 = 2'34 \cdot 10^{-3}$$

16.- Calculeu i expressiu en notació científica:

$$2'56 \cdot 10^4 + 3'45 \cdot 10^2 = 2'56 \cdot 10^4 + 0'0345 \cdot 10^4 = 2'5945 \cdot 10^4$$

$$8'2 \cdot 10^3 \cdot 3'5 \cdot 10^2 = 28'70 \cdot 10^5 = 2'87 \cdot 10^6$$

17.- Calculeu la unió i intersecció dels intervals:  $I = ]2, 6[$  i  $J = [-1, 3]$



18.- Calculeu el centre i el radi de l'interval:  $I = [-2, 6]$

$$\text{Centre } c = \frac{-2+6}{2} = 2 \quad \text{radi } r = \frac{|6-(-2)|}{2} = 4$$

19.- Expressen en forma d'entorn l'interval següent:  $I = ]-2, 3[$

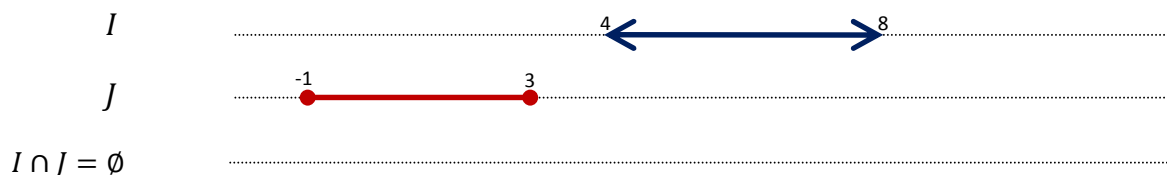
$$\text{Centre } c = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{radi } r = \frac{|3-(-2)|}{2} = \frac{5}{2} \quad I = E_{\frac{5}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)$$

20.- Expressen en forma d'interval el següent entorn:  $I = E_2(-3)$

$$\text{Centre } c=-3 \quad \text{radi } r=2$$



21.- Si els intervals  $I$  i  $J$  són disjunts és perquè  $I \cap J = \emptyset$ , per exemple:



Leonardo de Pisa, conegut com Fibonacci,  
Naix a Itàlia en 1.170 i mor en 1.250  
Matemàtic

## Exercicis R



1.- Calculeu amb dues xifres decimals els següents nombres:

$$a \sqrt{23}$$

$$b \sqrt{7}$$

$$c 3 - \sqrt{5}$$

$$d \sqrt{81} - \frac{8}{3}$$

$$e \sqrt{26} - \sqrt{12}$$

2.- A quin conjunt pertanyen els següents nombres:

$$a 0'232323.$$

$$b \frac{3}{100}$$

$$c 5'123432115647855693.$$

$$d \sqrt{23}$$

$$e + \sqrt{36}$$

$$f \sqrt[3]{-8}$$

$$g 2 - \sqrt{5}$$

$$h \sqrt{7} - 1$$

$$i \pi$$

3.- Representeu a la recta real els següents nombres:

$$a \sqrt{2}$$

$$b \sqrt{3}$$

$$c - \sqrt{5}$$

$$d 1 + \sqrt{2}$$

$$e -3 + \sqrt{5}$$

$$f 4 - \sqrt{2}$$

4.- Ordeneu de major a menor els següents nombres:

$$a \frac{5}{3}$$

$$b \sqrt{3}$$

$$c 1 + \sqrt{2}$$

$$d \sqrt{5} - 1$$

$$e \frac{7}{6}$$

$$f \sqrt{7} - 2$$

5.- Calculeu

$$a (\sqrt{3})^2 =$$

$$b \sqrt{(5)^2} =$$

$$c \sqrt[3]{(2)^3} =$$

$$d \sqrt[3]{-8} =$$

$$e \sqrt[3]{8} =$$

$$f \sqrt{9} =$$

$$g (\sqrt{9})^2 =$$

$$h \sqrt{144} =$$

6.- Calculeu:

$$a \sqrt{25-9} =$$

$$b \sqrt{25} - \sqrt{9} =$$

$$c \sqrt{36-1} =$$

$$d \sqrt{36} - \sqrt{1} =$$

$$e \sqrt{25+9} =$$

$$f \sqrt{25} + \sqrt{9} =$$

$$g \sqrt{4+16} =$$

$$h \sqrt{4} + \sqrt{16} =$$

7.- Traeu factors dels següents radicals

$$a \sqrt[3]{16} =$$

$$b \sqrt{8} =$$

$$c \sqrt{1000} =$$

$$d \sqrt{144 \cdot 56 \cdot a^5} =$$

$$e \sqrt[3]{8 \cdot a^5} =$$

$$f \sqrt[3]{x^8 \cdot 64 \cdot 27} =$$

$$g \sqrt[5]{x^{10} \cdot y^5 \cdot a^6} =$$

$$h \sqrt{\frac{8}{a^3}} =$$

$$i \sqrt{\frac{125 \cdot a^2}{16 \cdot b}} =$$

$$j \sqrt{9 \cdot b^2 - 9} =$$

$$k \sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}} =$$

$$l \sqrt[3]{-54} =$$

8.- Calculeu:

$$a \sqrt{16 \cdot 4} =$$

$$b \sqrt{\frac{81}{16}} =$$

$$c \sqrt{36 \cdot 9} =$$

$$d \sqrt{\frac{25}{121}} =$$

$$e \sqrt{\frac{256}{169}} =$$

$$f \sqrt{196 \cdot 289} =$$

9.- Calculeu:

$$a \sqrt{5^2 - 3^2} =$$

$$b \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$$

$$c \sqrt{8} \cdot \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{6}} =$$

$$d \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}} =$$

10.- Introduïu factors en els següents radicals

$$a 4 \cdot \sqrt{12} =$$

$$b a \cdot b^2 \cdot 5 \cdot \sqrt[3]{a \cdot b} =$$

$$c 5 \cdot \sqrt{3} =$$

11.- Expressu en forma radical les següents potències

$$a 3^{\frac{1}{5}} =$$

$$b \frac{3^{\frac{2}{1}}}{5^{\frac{1}{2}}} =$$

$$c 5^{\frac{1}{3}} =$$

$$d 7^{\frac{1}{3}} =$$

$$e 16^{\frac{1}{4}} =$$

12.- Expressu en forma de potències els següents radicals

$$a \sqrt{\sqrt[3]{4}} =$$

$$b \sqrt{5} =$$

$$c \frac{1}{\sqrt[5]{3}} =$$

$$d \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[4]{3}} =$$

13.- Simplifiqueu els radicals següents:

$$a \sqrt[6]{27} =$$

$$b \sqrt[4]{16} =$$

$$c \sqrt[4]{0'04} =$$

$$d \sqrt[6]{-8} =$$

$$e \sqrt[10]{32} =$$

$$f \sqrt[6]{0'027} =$$

$$g \sqrt[8]{0'0016} =$$

$$h \sqrt[4]{1 + \frac{16}{9}} =$$

14.- Expressu amb un sol radical:

$$a \sqrt[4]{\sqrt[3]{2}} =$$

$$b \sqrt{2^4 \sqrt{8}} =$$

$$c \sqrt[4]{b^3} \cdot \sqrt[3]{b^4} \cdot \sqrt[6]{b^5} =$$

15.- Desenvolpeu els següents productes:

$$a \quad (a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) =$$

$$b \quad (a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) =$$

$$c \quad (a+b) \cdot (a-b) =$$

$$d \quad (a+b)^3 = (a+b)^2 \cdot (a+b) =$$

$$e \quad (a-b)^3 = (a-b)^2 \cdot (a-b) =$$

16.- Calculeu:

$$a \quad (\sqrt{3} - 1)^2 =$$

$$b \quad (\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}) =$$

$$c \quad (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3}) =$$

$$d \quad (\sqrt{7} - 2)^2 =$$

$$e \quad (\sqrt{6} + 2)^2 =$$

$$f \quad (\sqrt{7} + \sqrt{8})^2 =$$

$$g \quad (\sqrt{8} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2}) =$$

$$h \quad (1 + \sqrt{2})^3 =$$

$$i \quad (\sqrt{3} - 2)^2 =$$

$$j \quad (1 - \sqrt{5})^3 =$$

$$k \quad (-1 + \sqrt{11}) \cdot (1 + \sqrt{11}) =$$

$$l \quad (1 - \sqrt{7}) \cdot (1 + \sqrt{7}) =$$

$$m \quad (2 + \sqrt{13})^2 =$$

$$n \quad (\sqrt{14} + 3) \cdot (\sqrt{14} - 3) =$$



17.- Calculeu

$$\begin{aligned} \text{a } \sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{8} = & \quad \text{b } \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{3} = & \quad \text{c } \sqrt{32} - 2\sqrt{2} + \sqrt{32} = \\ \text{d } 5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \sqrt{80} = & \quad \text{e } \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250} = \end{aligned}$$

18.- Calculeu

$$\begin{aligned} \text{a } \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{2}}{3\sqrt{50}} = & \quad \text{b } \frac{\sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{45}}{\sqrt{80}} = & \quad \text{c } \frac{\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{63}}{\sqrt{175}} = \end{aligned}$$

19.- Racionalitzeu les següents expressions

$$\begin{aligned} \text{a } \frac{7}{1 + \sqrt{3}} = & \quad \text{b } \frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} = & \quad \text{c } \frac{3}{\sqrt{5}} = & \quad \text{d } \frac{4}{\sqrt[3]{5}} = \\ \text{e } \frac{4}{\sqrt{8} - \sqrt{6}} = & \quad \text{f } \frac{3}{\sqrt{5} - 1} = & \quad \text{g } \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{8}} = & \quad \text{h } \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}} = \end{aligned}$$

20.- Calculeu:

$$\begin{aligned} \text{a } \left| -\frac{7}{3} \right| = & \quad \text{b } |+\sqrt{3} - 1| = & \quad \text{c } |2 - \sqrt{5}| = & \quad \text{d } 3 - |1 - \sqrt{2}| = \end{aligned}$$

21.- Expressu en notació científica els següents números:

$$\begin{aligned} \text{a } 16.000.000.000 = & \quad \text{b } 0,0087651 = & \quad \text{c } 0,000000007 = \end{aligned}$$

22.- Calculeu i expressu el resultat en notació científica:

$$\begin{aligned} \text{a } 7,2 \cdot 10^3 \cdot 5,3 \cdot 10^{-3} = & \quad \text{b } 8,3 \cdot 10^6 \cdot 5,4 \cdot 10^2 = & \quad \text{c } 3,1 \cdot 10^4 \cdot 5,3 \cdot 10^3 = \end{aligned}$$

23.- Calculeu i expressu el resultat en notació científica:

$$\begin{aligned} \text{a } (7,2 \cdot 10^3) : (5,3 \cdot 10^{-3}) = & \quad \text{b } (8,3 \cdot 10^6) : (5,4 \cdot 10^2) = \end{aligned}$$

24.- Calculeu i expressu el resultat en notació científica:

$$\begin{aligned} \text{a } 1,32 \cdot 10^4 + 2,5 \cdot 10^3 = & \quad \text{b } 5,3 \cdot 10^{-3} - 3,2 \cdot 10^{-2} = \end{aligned}$$

25.- Calculeu la unió i la intersecció dels següents intervals:  $I = ]-5, 2[$   $J = ]-1, 3]$

26.- Expressu en forma d'entorn els intervals:

$$\begin{aligned} \text{a } I = [2, 6] & \quad \text{b } J = ]-3, 2[ & \quad \text{c } K = ]-1, 5[ \end{aligned}$$

27.- Calculeu el centre i el radi dels intervals:

$$\begin{aligned} \text{a } I = \{x \in R / -3 \leq x \leq 7\} & \quad \text{b } J = \{x \in R / -1 < x < 3\} \end{aligned}$$

### Exercicis (\*\*\*)

1.- Escribe seis 1 i signes d'operar en una fila de manera que obtingues un total de 24 (hi ha més d'una solució)

1    1    1    1    1    1    1

2.- Troba els nombres que corresponen a cada lletra (un nombre, una lletra i lletres iguals, nombres iguals)

$$\begin{array}{r}
 \text{GOTA} \\
 \text{GOTA} \\
 \text{GOTA} \\
 + \text{GOTA} \\
 \text{GOTA} \\
 \hline
 \text{AGUA}
 \end{array}$$

3.- En una caixa n'hi ha 24 calcetins blancs i 24 calcetins negres. Quin és el menor nombre de calcetins que he de traure de la caixa per estar segur de que en tinc, almenys, dos del mateix color?

4.- Escribe els nombres de l'1 al 13 en les caselles, de forma que la suma de les tres columnes I, II i III, i en la fila horitzontal siga la mateixa.

5.- El producte de tres nombres imparells consecutius és 357.627; troba els nombres.

6.- Troba tots els divisors del número 1001.

7.- En la resta següent totes les xifres estan equivocades: cadascuna és 1 més o 1 menys de la que hauria de ser. Escribe-la bé.

$$\begin{array}{r}
 216648 \\
 - 90135 \\
 \hline
 13780
 \end{array}$$

8.- Troba un nombre que la seua arrel quadrada menys la seua arrel cúbica val 18.

9.- El número 43 té una curiosa propietat  $43 = 4^2 + 3^3$ . Sols n'hi ha un altre núm. de dues xifres amb la mateixa propietat, és a dir, el núm. és igual al quadrat de la xifra de l'esquerra més el cub de la xifra dreta. Quin núm. és?

10.- Podries escriure 31 amb cinc 3?

11.- Separa les següents cartes en tres grups, de manera que la suma de les puntuacions de les cartes siga la mateixa en els tres grups.

3	7	6	8	2	4	9	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

12.- Si tres gats atrapen tres rates en tres minuts, quants gats atraparan 100 rates en 100 minuts?

13.- El nombre de sis xifres  $1k31k4$  és múltiple de 12, però no és divisible per 9. Troba el valor de  $k$ .

14.- Esbrina quina és l'última xifra del nombre  $(153143-3^{114})9^{301}$

15.- Si tenim 25 soldats de plom, com formaries 6 fileres amb 5 soldats cadascuna?

16.- Calcula el núm. de ma casa sabent que:

- Si és múltiple de 3 està entre 50 i 59
- Si no és múltiple de 4, està entre 60 i 69
- Si no és múltiple de 6, està entre 70 i 79

17.- En fer el producte següent  $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$  i anotar el resultat: 1307?74368000, una taca de tinta cobreix la cinquena xifra i no sabem exactament quina és. Podries trobar-la sense repetir l'operació?

18.- Les lletres de cada operació tenen un valor del 0 al 9. Calcula el valor de cada lletra.

$$\begin{array}{r} \text{TIME} \\ +\text{TIME} \\ \hline \text{MONEY} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{NINE} \\ - \text{FOUR} \\ \hline \text{FIVE} \end{array}$$

19.- Troba el nombre ABCDEFGH, sabent que:

- Entre les huit xifres hi ha un 0
- B i D són iguals
- E y H són iguals
- La suma de A més B és 6
- La suma de D més E és 5
- La suma de les 8 xifres és igual a 30

20.- Si  $p$  i  $q$  són dos nombres primers de forma que  $3 < p < q$ , calcula els seus valors sabent que

$$\frac{32}{p} + \frac{32}{q} = \frac{32}{p} \times \frac{32}{q}$$

21.- Quants múltiples de 4 hi ha entre 1000 i 2000, ambdós inclosos? ¿I múltiples de 7?

22.- Un cargol és al fons d'un pou de 10m de fondària. Vol sortir del pou i durant el dia ascendeix 3m, però durant la nit descendeix 2m. Quants dies tardarà a arribar al brocal del pou?

23.- Una aranya teixeix la teranyina en el marc d'una finestra. Cada dia duplica la superfície feta fins aleshores. D'aquesta manera tarda 30 dies a cobrir el buit de la finestra. Si en comptes d'una aranya en fossen dues treballant al mateix ritme, quant tardaran a cobrir la finestra?

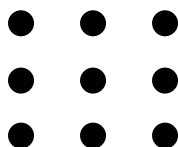
24.- Es vol partir un tronc amb una serra en cinc trossos iguals. Per a cada tall es tarda 2 minuts. Quants minuts hi hem d'invertir?

25.- Dos fumadors consumeixen 3 paquets diaris de tabac. Quants fumadors de les mateixes característiques seran necessaris per consumir 90 paquets en 30 dies?

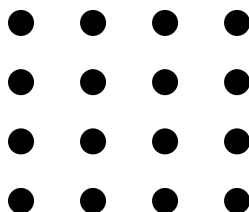
26.- Escriu els nombres 1,2,3,4,5,6,7,8,9 i 10 utilitzant cinc vegades la xifra 5 i les operacions bàsiques (suma, resta, multiplicació i divisió)

27.- Un nombre té 4 xifres i és cap-i-cua. La suma de les seues xifres és 16. Si s'intercanvia la xifra de les unitats amb la xifra de les desenes, i la de les centenes amb la dels milers, el nou nombre també és cap-i-cua, però la diferència entre l'actual i el primer nombre és 5346. Quin és aquest nombre?

28.- Quants quadrats es poden dibuixar amb els vèrtexs en els punts assenyalats? Quina llargària tenen els seus costats?



29.- Localitza tots els quadrats (20 en total) i també la llargària dels seus costats.



**Niccolò Fontana**  
Naix en 1500. Mor 13 de desembre 1557  
Matemàtic italià conegut com **Tartàglia** (el tartamut)

## Món i Matemàtiques

### PREMSA I NÚMEROS

Troba al diari els següents nombres

Un núm. romà	Unitats de volum, mesura, i altres unitats	Un núm. decimal	Un número racional (fraccionari)
Dues edats, una major i l'altra menor de 20 anys	Un preu major de 6.000 €	Un percentatge	Un núm. negatiu
Una expressió de mesura de temps	Una ciutat amb temperatura menor de 15º	Una data anterior a 2.000 i altra posterior	Un programa de televisió que comence a les 20h30'
L'última cotització de les accions de Telefònica i Repsol	Un pis amb un preu > 6000.000 €	Alguna expressió amb notació científica	El major núm. que trobes com a quantitat de diners
Una quantitat que aparega en un sondeig o enquesta	Un núm. $\geq$ un milió	Un núm. irracional	Un núm. que trobes interessant

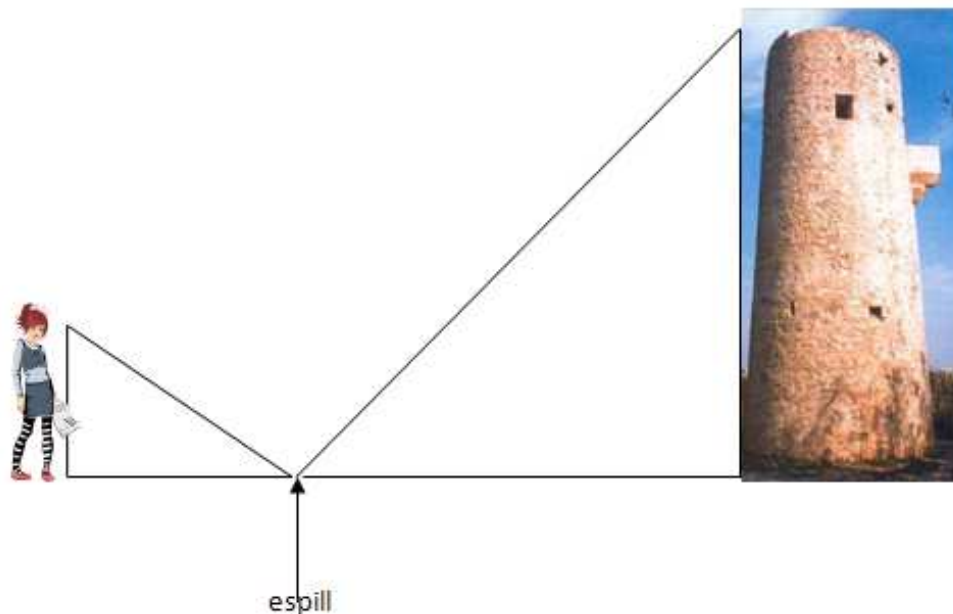
- 2.- Calcula en % el desnivell mitjà de la rampa de l'entrada del nostre Institut.
- 3.- L'edifici que trobeu més a prop de l'IES, quants pisos té? Estima l'altura de l'edifici. Com ho calcules?
- 4.- Dibuixa a escala el pati del nostre institut. Quina escala has utilitzat?
- 5.- Observa en quin núm. es troba el nostre centre. Quins són els divisors d'eixe núm.? Quants divisors té?
- 6.- A la façana de l'Església apareixen dos sistemes de numeració diferents. Sabries dir quins són? Coneixes l'equivalència entre ambdós?

**Hipàtia**  
Naix a "Alejandria"  
Matemàtica, Astrònoma i Filòsofa



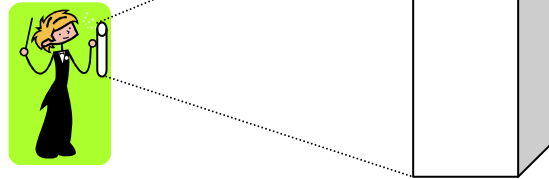
## Matemàtiques a La Valldigna

- 1.- Busca en la pàgina web de l'Institut Valencià d'Estadística , IVE, la població dels quatre municipis de la Valldigna i dóna el resultat exacte. Després, aproxima'l amb 3 xifres significatives fent ús de la notació científica. Les dades de 2009 són: . Quina és la variació percentual de la població?
- 2.- Aproxima en  $m^3$  el volum d'aigua que conté la piscina municipal. Quina és la superfície de la zona per prendre el sol? I la superfície de la zona de jocs dels xiquets més menuts? Dóna el resultat en  $m^2$ .
3. - El passat hivern una arrova de taronges *Navel* es va pagar a 3.75€ i en la botiga venien 2 quilos d'aquestes taronges per 3€. En quin percentatge es va incrementar el preu del producte?
- 4.- En la plaça de l'Ajuntament hi ha un edifici de 3 plantes. En la tercera planta, hi viuen 2 famílies de 4 i 5 components respectivament. En la segona planta de l'edifici, 3 famílies de 5, 4 i 3 persones respectivament. Finalment, en la planta primera, només una família, però de 8 membres. Quin és el botó més emprat de l'ascensor?
- 5.- Aproxima l'altura de la Torre de Guaita fent ús d'un espill i una cinta mètrica. Observa en la figura el procés:



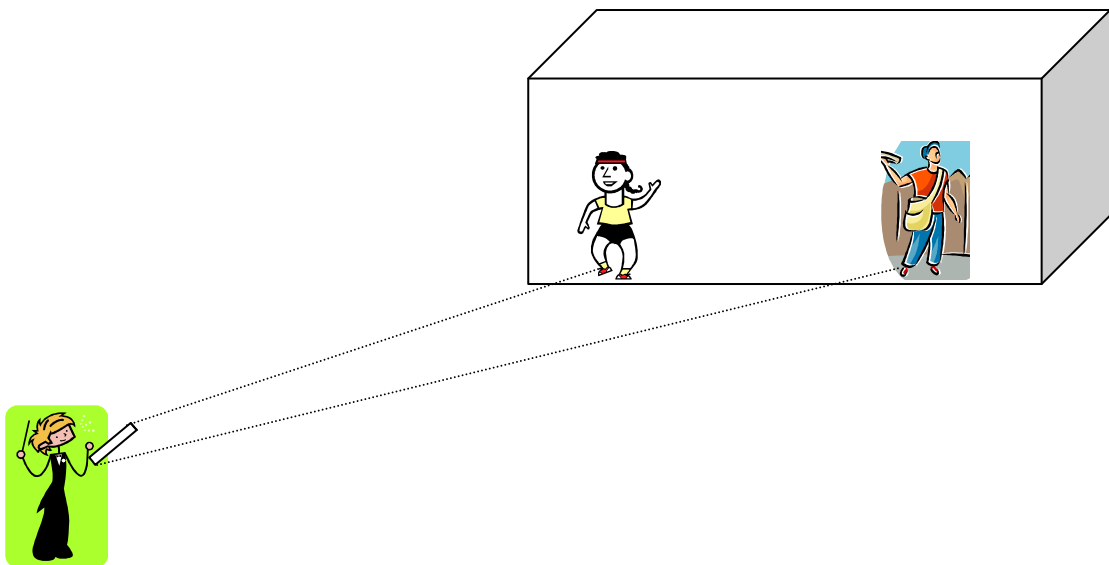
6.- Estima l'altura del teu institut amb un bolígraf!! Fixa't en la figura:

1r Pas: bolígraf vertical



2n pas: bolígraf horitzontal

Cal col·locar dos companys davant l'edifici i manar-los que s'allunyen fins que la distància entre ells coincideixi amb la longitud del bolígraf en horitzontal.



NOTA: La persona que té el bolígraf no s'ha de moure del lloc.

7.- Simat es troba a 150 metres d'altura respecte del nivell del mar i Barx a 540 metres. Per anar d'una població a l'altra hi ha una carretera de 5Km de longitud. Quin és el pendent mitjà de la carretera?

8.- Per anar de Tavernes a la platja, un ciclista pedaleja amb una cadència de 90 pedalades per minut, la roda de la bicicleta té de radi 33.34 cm, i està utilitzant un "desarrollo" de manera que, per cada pedalada la roda fa 3 revolucions. A quina velocitat (Km/h) està anant el ciclista?

9.- Amb l'ajuda del GPS dissenya una ruta ciclista per La Valldigna de manera que es passe pels llocs més interessants que tu consideres. En cada lloc has de fer referència del punt quilomètric des de l'eixida, temps, desnivell respecte del mar i interès paisatgístic, històric, etc. Fes un mapa de la ruta.

